



АНАЛОГИИ В ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМЕ

Захаров Владимир Анатольевич

Магнитные явления. Сб.статей, Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2004. - 208 с. (с.8-20)

ФТИ УРО РАН г. Ижевск, гл.н.с., д.т.н., профессор,
тел. +7 (3412) 72-87-35, zva@ftiudm.ru

Электромагнитное поле как вид материи характеризуется двумя его проявлениями - электрическим и магнитным полями. К настоящему времени сложилась определенная система понятий, терминов и определений величин в области электромагнетизма. Немаловажную роль при описании электрического и магнитного полей, особенно при феноменологической трактовке явлений, играют аналогии. Прежде всего, имеются в виду аналогичные друг другу параметры и уравнения, которые можно подразделить на два вида: во-первых, параметры и уравнения электрического и магнитного полей, аналогичные по форме задания и наименованию величин, и, во-вторых, параметры и уравнения, являющиеся аналогами по физическому смыслу электрических и магнитных явлений. Аналогии существенно расширяют возможности анализа и расчета полей в присутствии поляризующихся (намагничивающихся) тел, позволяют глубже раскрыть физический смысл рассматриваемых явлений, имеют большое методологическое значение при изучении основ физики электрических и магнитных явлений, теоретической электротехники. Вместе с тем, необходимо отметить, что в данном вопросе до сих пор существует определенная путаница, что, в частности, находит свое отражение в отсутствии четкой и понятной системы определений и обозначений величин в области электромагнетизма.

Так, уже при задании основных параметров электрического и магнитного полей существующий стандарт [1] нарушает принцип аналогичности в наименовании величин: будучи последовательным в одинаковом задании параметров полей (через силовое воздействие полей на «пробный» заряд q) стандарт дает им различные наименования - «напряженность электрического поля» и «магнитная индукция» (с учетом определения в стандарте названных величин, как параметров микроскопических полей, будем обозначать их строчными латинскими буквами e и b , в отличие от макроскопических величин, обозначаемых прописными латинскими буквами). В результате, когда далее вводятся такие понятия как «напряженность магнитного поля», «электрическое смещение» (иногда его называют «электрической индукцией») и другие, а также в большинстве уравнений электрического и магнитного полей приходится иметь дело с размерными постоянными - электрической (ϵ_0) и магнитной (μ_0). Это, в свою очередь, нарушает аналогию (симметрию) соответствующих уравнений. Кроме того, появляются понятия, использование которых представляется совершенно неестественным и излишним. Например, наряду с «относительной диэлектрической восприимчивостью» как безразмерной величиной (аналогом ее является «магнитная восприимчивость») появляется также понятие «абсолютная диэлектрическая восприимчивость», которая имеет размерность электрической постоянной ϵ_0 . Возникает ряд других неудобств, в частности связанных с использованием физических макроскопических величин, которые вообще

отсутствуют в стандарте и,

2

как будет показано далее, вступают в противоречие с «узаконенными» стандартом феноменологическими параметрами.

Между тем, все перечисленные и другие проблемы снимаются, если с самого начала строго следовать логике проведения аналогий между параметрами и уравнениями электрического и магнитного полей. Покажем это на примере основных величин и уравнений в области электромагнетизма, представленных в табл. 1, 2, 3 и 4, не выходя за рамки общепринятой системы единиц СИ. В каждой из таблиц имеется два раздела - «Электрическое поле» и «Магнитное поле». В первой таблице приведены микроскопические (истинные) параметры и уравнения физических полей; во второй - макроскопические параметры (микроскопические величины, усредненные по «физически малым» объему v и сечению s) физических полей и соответствующие уравнения; в третьей - расчетные (математические) параметры и уравнения на их основе в рамках феноменологической концепции; в четвертой - величины и уравнения, основанные на двух вспомогательных понятиях - «электрической индукции» и «магнитной индукции». В конце даны обозначения некоторых величин и символов, приведенных в табл. 1-4.

Таблицы содержат около 200 параметров и уравнений, наиболее часто встречающихся на практике, и представляют собой своеобразную «таблицу Менделеева» для электромагнетизма. Разумеется, в таком виде она является неполной и может быть без труда расширена за счет других параметров и уравнений.

Важнейшим исходным пунктом при описании электрического и магнитного полей является задание основных микроскопических (истинных) величин этих полей. Как известно, в общем случае все электрические поля в природе создаются электрическими зарядами и изменяющимся во времени и пространстве магнитным полем, а магнитные поля - движущимися электрическими зарядами и изменяющимся электрическим полем. В технической литературе исходные параметры микроскопических полей принято характеризовать либо по силовому воздействию поля на пробный «элементарный заряд» («элемент нити тока» или движущийся заряд) либо по величине, зависящей от величины заряда («нити тока») как источника поля и расстоянию до него от рассматриваемой точки пространства. В первом случае используются законы Кулона и Ампера, во втором случае - закон Био-Савара.

В табл. 1 «элементарный заряд» q представлен произведением плотности заряда u на элемент объема dv (уравнение 1.1.1), а «элемент нити тока» - произведением заряда q на скорость его движения u , произведением тока i на элемент длины dl или плотности тока j на dv (1.2.1). Здесь и далее в квадратных скобках указаны единицы величин, расшифрованные в конце таблиц. Обе величины (q и qu) могут выступать как источники полей либо как «пробные» для количественной оценки полей, создаваемых другими источниками.

Таблица 1. Физическая концепция. Микроскопические параметры

1.1	Электрическое поле	Магнитное поле	1.2
1.1.1	q - заряд элементарный $q = y dv$ [Кл] y - плотность заряда [Кл/м ³]	$q \mathbf{u}$ - элемент "нити тока" $q \mathbf{u} = i d\mathbf{l} = \mathbf{j} dv$ [А] i - ток [А]; \mathbf{j} - плотность тока	1.2.1
1.1.2	$\mathbf{e} = q \mathbf{r}/4\pi\epsilon_0 r^3$ \mathbf{e} - напряженность поля [Кл/м ²]	$d\mathbf{h} = i (d\mathbf{l} \times \mathbf{r})/4\pi r^3$ \mathbf{h} - напряженность поля [А/м]	1.2.2
1.1.3	$\mathbf{f}_3 = q \mathbf{e}/s_0$ [Н]	$f\mathbf{j}^\wedge = q \mathbf{n} \times \mathbf{l}_0 \mathbf{l} = \mathbf{j} dv \times \mathbf{l}_0 \mathbf{l}$ [Н]	1.2.3
1.1.4	$\phi = q/4\pi\epsilon_0 r$ - потенциал [В]	$\mathbf{a} = (\epsilon_0/4\pi) \int \mathbf{j} dv/r$ - векторный потенциал [Тл-м] ([Вб/м])	1.2.4
1.1.5	$\mathbf{e}/s_0 = -\text{grad } \phi$ [В/м]	$\mathbf{l}_0 \mathbf{l} = \text{rot } \mathbf{a}$ [Тл]	1.2.5
1.1.4'	или $\phi = q/4\pi\epsilon_0 r$ [Кл/м]	или $\mathbf{a} = (1/4\pi) \int \mathbf{j} dv/r$ [А]	1.2.4'
1.1.5'	$\mathbf{e} = -\text{grad } \phi$	$\mathbf{h} = \text{rot } \mathbf{a}$	1.2.5'
1.1.6	$\text{rot } \mathbf{e} = -\epsilon_0 \text{rot } \mathbf{h}/st = -c^{-2} \mathbf{h}/st$	$\text{rot } \mathbf{h} = \mathbf{j} + 3\mathbf{e}/st$	1.2.6
1.1.7	$\text{div } \mathbf{e} = y$	$\text{div } \mathbf{h} = 0$	1.2.7
1.1.8	$\mathbf{p} = q \mathbf{l}$ - электрический момент диполя с зарядами (+q) - (-q) [Кл-м] \mathbf{l} - плечо диполя	$\mathbf{m} = i \mathbf{s}$ - магнитный момент контура с током i [А- м ²] \mathbf{s} - площадь контура с током	1.2.8
1.1.9	Диэлектрик - "связанные" заряды: $y_{св}$ - плотность "связанных" зарядов $\mathbf{e}_д$ - напряженность поля диэлектрика	Магнетик - "связанные" токи: \mathbf{j}^\wedge - плотность "связанных" токов $\mathbf{b}_м$ - напряженность поля магнетика	
1.1.10	$\text{rot } \mathbf{e}_д = 0$	$\text{rot } \mathbf{b}_м = \mathbf{j}_{св}$	1.2.9
	$\text{div } \mathbf{e}_д = y_{св}$	$\text{div } \mathbf{h}_м = 0$	1.2.10
1.1.11	Стороннее (по отношению к исследуемому диэлектрику) поле: $\mathbf{e}_е$ - напряженность поля $\text{rot } \mathbf{e}_е = -\epsilon_0 \text{rot } \mathbf{h}_с/st$	Стороннее (по отношению к исследуемому магнетику) поле: $\mathbf{h}_е$ - напряженность поля $\text{rot } \mathbf{h}_е = \mathbf{j}_е$	1.2.11
1.1.12	$\text{div } \mathbf{e}_е = y_е$	$\text{div } \mathbf{h} = 0$	1.2.12
1.1.13	Суммарное поле: $\mathbf{e}_р = \mathbf{e}_е + \mathbf{e}_д$ - напряженность поля	Суммарное поле: $\mathbf{h}_р = \mathbf{h} + \mathbf{b}_м$ - напряженность поля	1.2.13
1.1.14	$\text{rot } \mathbf{e}_р = \text{rot } \mathbf{e}_е = -\epsilon_0 \text{rot } \mathbf{h}_р/3t$	$\text{rot } \mathbf{h}_р = \text{rot } \mathbf{h}_е + \text{rot } \mathbf{h}_м = \mathbf{j}_е + \mathbf{j}_{св}$	1.2.14
1.1.15	$\text{div } \mathbf{e}_р = \text{div } \mathbf{e}_е + \text{div } \mathbf{e}_д = y_е + y_{св}$	$\text{div } \mathbf{h}_р = 0$	1.2.15
1.1.16	$\mathbf{n} = (\mathbf{e}/s_0) \times \mathbf{h}$ - вектор Пойнтинга [Вт/м ²]		
1.1.16'	или $\mathbf{n} = \mathbf{e} \times \mathbf{h}$ [Кл-А/м ³]		

Таблица 2. Физическая концепция. Макроскопические параметры

(V - «физически малый объем»; S - «физически малое сечение»)

2.1	Электрическое поле	Магнитное поле	2.2
2.1.1	$Q = \int_V \rho \, dv$ - заряд в объеме V [Кл]	$I = \int_V \mathbf{j} \, dv$ - элемент тока в объеме v [А·м]	2.2.1
2.1.2	$\rho = Q/v$ - объемная плотность заряда [Кл/м ³]	$\mathbf{J} = \mathbf{I}/v$ - объемная плотность тока [А/м ²]	2.2.2
2.1.3	$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{Q}{\Delta S}$ - поверхностная плотность заряда [Кл/м ²]	$\mathbf{k} = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{I}{\Delta l}$ - линейная (поверхностная) плотность тока [А/м]	2.2.3
2.1.4	$\mathbf{E} = \mathbf{e}$ - напряженность поля (усреднение по S)	$\mathbf{H} = \mathbf{h}$ - напряженность поля (усреднение по S)	2.2.4
2.1.5	$\mathbf{E}/\epsilon_0 = -\text{grad } \Phi$ Φ - потенциал [В]	$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j}$ \mathbf{A} - векторный потенциал [Тл·м] ([Вб/м])	2.2.5
2.1.5'	или $\mathbf{E} = -\text{grad } \Phi$ Φ [Кл/м]	или $\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}$ \mathbf{A} [А]	2.2.5'
2.1.6	$\text{rot } \mathbf{E} = -\epsilon_0 \epsilon_0 \, d\mathbf{H}/dt = -c^{-2} \, d\mathbf{H}/dt$	$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j} + d\mathbf{E}/dt$ ($s > v$)	2.2.6
2.1.7	$\text{div } \mathbf{E} = \rho$ ($s < v$)	$\text{div } \mathbf{H} = 0$	2.2.7
2.1.8	$\mathbf{P} = \mathbf{E} \, p_g/v$ - поляризованность [Кл/м ²] \mathbf{p}_d - электрический момент диполя диэлектрика	$\mathbf{M} = \mathbf{E} \, m_M/v$ - намагниченность [А/м] \mathbf{m}_M - магнитный момент атома магнетика	2.2.8
2.1.9	Диэлектрик - фиктивные "свободные" заряды с плотностями: $\rho_d = -\text{div } \mathbf{P}$ - объемная [Кл/м ³]	Магнетик - фиктивные "свободные" токи с плотностями: $\mathbf{J}_M = \text{rot } \mathbf{M}$ - объемная [А/м ²]	2.2.9
2.1.10	$\sigma_d = -\text{Div } \mathbf{P} = -(\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1) \cdot \mathbf{n} = P_{1n} - P_{2n}$ - поверхностная [Кл/м ²]	$\mathbf{k}_M = \text{Rot } \mathbf{M} = (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2) \times \mathbf{n}$ - поверхностная [А/м]	2.2.10
2.1.11	$\mathbf{E}_d = \mathbf{e}_d$ (усреднение по S)	$\mathbf{H}_M = \mathbf{h}_M$ (усреднение по S)	2.2.11
2.1.12	$\text{rot } \mathbf{E}_d = 0$	$\text{rot } \mathbf{H}_M = \mathbf{j}_M$ ($s > v$)	2.2.12
2.1.13	$\text{div } \mathbf{E}_d = \rho_d$ ($s > v$)	$\text{div } \mathbf{H}_M = 0$	2.2.13
2.1.14	Стороннее поле: $\mathbf{E}_e = \mathbf{e}_e$ (усреднение по S)	Стороннее поле: $\mathbf{H}_e = \mathbf{h}_e$ (усреднение по S)	2.2.14
2.1.15	$\text{rot } \mathbf{E}_e = -\epsilon_0 \epsilon_0 \, d\mathbf{H}_s/dt$	$\text{rot } \mathbf{H}_e = \mathbf{j}_e$ ($s > v$)	2.2.15
2.1.16	$\text{div } \mathbf{E}_e = \rho_e$ ($s > v$)	$\text{div } \mathbf{H}_e = 0$	2.2.16
2.1.17	Суммарное поле: $\mathbf{E}_E = \mathbf{E}_e + \mathbf{E}_d$	Суммарное поле: $\mathbf{H}_E = \mathbf{H}_e + \mathbf{H}_M$	2.2.17
2.1.18	$\text{rot } \mathbf{E}_E = \text{rot } \mathbf{E}_e = -\epsilon_0 \epsilon_0 \, d\mathbf{H}/dt$	$\text{rot } \mathbf{H}_E = \text{rot } \mathbf{H}_e + \text{rot } \mathbf{H}_M = \mathbf{j}_e + \mathbf{j}_M$	2.2.18
2.1.19	$\text{div } \mathbf{E}_E = \text{div } \mathbf{E}_e + \text{div } \mathbf{E}_d = \rho_e + \rho_d$ Источник стороннего поля - "свободные" заряды с объемной плотностью $\rho_e = \rho_0$:	$\text{div } \mathbf{H}_E = 0$ Источник стороннего поля - "свободные" токи с объемной плотностью $\mathbf{j}_e = \mathbf{j}_0$:	2.2.19
2.1.20	$\text{rot } \mathbf{E}_E = 0$	$\text{rot } \mathbf{H}_E = \mathbf{j}_0 + \mathbf{j}_M$ ($s > v$)	2.2.20
2.1.21	$\text{div } \mathbf{E}_E = \rho_0 + \rho_d$ ($s > v$) Источник стороннего поля - диэлектрик с объемной плотностью фиктивных "свободных" зарядов $\rho_e = \rho_{\text{дп}}$ (ρ - поляризующий диэлектрик):	Источник стороннего поля - магнетик с объемной плотностью фиктивных "свободных" токов $\mathbf{j}_e = \mathbf{j}_{\text{MH}}$ (\mathbf{h} - намагничивающий магнетик):	
2.1.22	$\text{div } \mathbf{E}_e = \rho_{\text{дп}} + \rho_d$	$\text{rot } \mathbf{H}_E = \mathbf{j}_{\text{MH}} + \mathbf{j}_M$	2.2.23
2.1.24	$\mathbf{P} = \langle \mathbf{a} \rangle \mathbf{E}_E$, $\mathbf{a} = \mathbf{P}/\mathbf{E}_E$ ($s > v$) $\langle \mathbf{a} \rangle$, \mathbf{a} - электрическая восприимчивость	$\mathbf{M} = \langle \mathbf{?} \rangle \mathbf{H}_E$ (уравнение не используется)	2.2.24
		$\mathbf{H}_E \langle \mathbf{?} \rangle \mathbf{H}_e$, $\mathbf{?} \mathbf{H}_E/\mathbf{H}_e$ $\langle \mathbf{?} \rangle$, $\mathbf{?}$ - магнитная проницаемость тела	2.2.25
2.1.26	$\mathbf{E}_d = \langle \mathbf{N} \rangle \mathbf{P}$, $\mathbf{N} = \mathbf{E}_d/\mathbf{P}$ ($s > v$) $\langle \mathbf{N} \rangle$, \mathbf{N} - коэффициент деполяризации	$\mathbf{H}_M = \langle \mathbf{K} \rangle \mathbf{M}$, $\mathbf{K} = \mathbf{H}_M/\mathbf{M}$ ($s > v$) $\langle \mathbf{K} \rangle$, \mathbf{K} - коэффициент намагничивания	2.2.26
2.1.27	$\mathbf{j}_0 = \langle \mathbf{1} \rangle \mathbf{E}_E/\epsilon_0$, $\mathbf{1} = \epsilon_0 \mathbf{j}_0/\mathbf{E}_E$ ($s > v$) $\langle \mathbf{1} \rangle$, $\mathbf{1}$ - электрическая проводимость (электропроводность) [См]		

Таблица 3. Феноменологическая концепция. Расчетные параметры

3.1	Электрическое поле	Магнитное поле	3.2
2.1.9	$\{p_d = -\text{div}_V P\}$	$p_M = -\text{div } M$ - объемная плотность "магнитных зарядов" $[A/M^2]$	3.2.1
2.1.10	$\{o_d = -\text{Div}_V P\}$	$O_M = -\text{Div } M = - (M_2 - M_1) n =$ $= M_{1n} - M_{2n}$ - поверхностная плотность "магнитных зарядов" $[A/M]$	3.2.2
2.1.11	$\{E_d\}$	$H_0 = H_M - M$ - напряженность поля (sev) "магнитных зарядов" ("поле магнитных зарядов")	3.2.3
2.1.12	$\{\text{rot } E_d = 0\}$	$\text{rot } M = J_M = \text{rot } H_M (!)$ (sev) 3.2.4 $\text{rot } H_0 = 0$ 3.2.5	
2.1.17	$\{E_s = E_e + E_d\}$	$H_i = H_e + H_0$ - напряженность суммарного (sev) (стороннего и "магнитных зарядов") поля ("внутреннее поле")	3.2.6
2.1.18	$\{\text{rot } E_e = 0\}$ (внутри диэлектрика при $SH_E/St = 0$)	$\text{rot } H_i = \text{rot } H_e = J_e$ (sev) 3.2.7 $\text{rot } H_i = 0$ 3.2.8 (внутри магнетика при $J_e = 0$)	
3.1.9	$S = E_e + P$ - "электрическое смещение" (sev) $[Кл/м^2]$	$e \{H_e = H_i + M\}$ (sev) 3.2.9	
3.1.10	$p_e = p_0 + p_{дп}$	$J_e = J_0 + J_{MH} + \text{ЭЕЕО} + 3P/St =$ $= J_0 + J_{MH} + SS/St$ 3.2.10 $\text{rot } H_i = \text{rot } H_e = J_0 + J_{MH} + SS/St$ 3.2.11	
3.1.12	$\text{div } P = -p_d = -\text{div } E_d (!)$ (sev)		
3.1.13	$\text{div } S = \text{div } E_e = p_0 + p_{дп}$ (sev)		
3.1.14	$\text{div } S = 0$ (внутри диэлектрика при $p_0 = 0$)	$e \{ \text{div } H_e = 0 \}$ 2.2.19	
3.1.15	$\text{Div } S = O''_e S_{2n} - S_{1n}$		
2.1.24	$\{P = \langle a \rangle E_e, a = P/E_e\}$ (sev) $\{\langle a \rangle, a - \text{электрическая восприимчивость}\}$	$M = \langle X \rangle H_i, X = M/H_i$ (sev) 3.2.16 $\langle X \rangle, X - \text{магнитная восприимчивость}$	
3.1.17	$S = \langle \delta \rangle E_e, \delta = S/E_e$ (sev) $\langle S \rangle, S - \text{электрическая проницаемость}$	$e \{H_e = \langle \zeta \rangle H_i, \zeta = H_e/H_i\}$ (sev) 3.2.17 $\{\langle \zeta \rangle, \zeta - \text{магнитная проницаемость}\}$	
3.1.18	$\langle \delta \rangle = \langle a \rangle + 1, \delta = a + 1$	$\langle \zeta \rangle = \langle X \rangle + 1, \zeta = X + 1$ 3.2.18	
2.1.26	$\{E_d = \langle N \rangle P, N = E_d/P\}$ (sev) $\{\langle N \rangle, N - \text{коэффициент деполяризации}\}$	$H_0 = \langle N \rangle M, N = H_0/M$ (sev) 3.2.19 $\langle N \rangle, N - \text{коэффициент размагничивания}$	
3.1.20	$S - E_e = \langle K \rangle P, K = (S - E_e)/P$ (sev) $\langle K \rangle, K - \text{коэффициент поляризации}$	$e \{H_e - H = \langle K \rangle M,$ $K = (H_e - H)/M\}$ (sev) 2.2.26 $\{\langle K \rangle, K - \text{коэффициент намагничивания}\}$	
3.1.21	$\langle K \rangle = \langle N \rangle + 1, K = N + 1$	$\langle K \rangle = \langle N \rangle + 1, K = N + 1$ 3.2.21	
3.1.22	$S = \langle \delta_T \rangle E_e, \delta_T = S/E_e$ (sev) $\langle \delta_T \rangle, \delta_T - \text{электрическая проницаемость тела}$	$e \{H_e = \langle \zeta_T \rangle H, \zeta_T = H_e/H\}$ 2.2.25 $\{\langle \zeta_T \rangle, \zeta_T - \text{магнитная проницаемость тела}\}$	
3.1.23	$\delta_T = \delta/(K - N_s)$	$\zeta_T = \zeta/(K - \zeta)$ 3.2.23	

Таблица 4. **Вспомогательные величины - индукции полей, вспомогательные уравнения**

4.1	Электрическое поле	Магнитное поле	4.2
4.1.1	$\mathbf{d} = \mathbf{e}/S_0$ - электрическая индукция [В/м]	$\mathbf{b} = \mathbf{H}$ - магнитная индукция [Тл]	4.2.1
4.1.2	$\mathbf{G} = q \mathbf{d}$	$\mathbf{f}_a = q \mathbf{u} \times \mathbf{b} = \mathbf{j} \, dv \times \mathbf{b}$	4.2.2
4.1.3	$\mathbf{d} = - \text{grad } \phi$ ϕ [В]	$\mathbf{b} = \text{rot } \mathbf{a}$ \mathbf{a} [Тл-м] ([Вб/м])	4.2.3
4.1.4	$\text{rot } \mathbf{d} = - \, d\mathbf{b}/dt$		
4.1.5	$\mathbf{d}_s = \mathbf{d}_e + \mathbf{d}_d$	$\mathbf{b}_E = \mathbf{b}_e + \mathbf{b}_m$	4.2.5
4.1.6	$\mathbf{n} = - \, \mathbf{d} \times \mathbf{h}$ - вектор Пойнтинга [Вт/м ²]		
4.1.7	$\mathbf{D} = \mathbf{E}/S_0 - \mathbf{d}$ (усреднение по S)	$\mathbf{B} = \mathbf{H} - \mathbf{b}$ (усреднение по S)	4.2.7
4.1.8	$\mathbf{D} = - \text{grad } T$ T [В]	$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$ \mathbf{A} [Тл-м] ([Вб/м])	4.2.8
4.1.9	$\text{rot } \mathbf{D} = - \, d\mathbf{B}/dt$		
4.1.10	$\mathbf{D}_E = \mathbf{D}_e + \mathbf{D}_d$	$\mathbf{B}_E = \mathbf{B}_e + \mathbf{B}_m$	4.2.Ю
4.1.11	$\mathbf{J}_0 = \langle X \rangle \mathbf{D}_E$, $X = J_0/D_E$ (sev)		
4.1.12	$\mathbf{S} = \langle \delta_a \rangle \mathbf{D}_E$, $\delta_a = S/D_E$ (sev) $\langle \delta_a \rangle$, δ_a - абсолютная электрическая проницаемость [Ф/м]	$\mathbf{B}_E = \langle \mathbf{H}_a \rangle \mathbf{H}$, $\mathbf{H}_a = \mathbf{B}_E/\mathbf{H}$ (sev) $\langle \mathbf{H}_a \rangle$, \mathbf{H}_a - абсолютная магнитная проницаемость [Гн/м]	4.2.12
4.1.13	$\delta_a = S_0 S = S_0 (a + 1)$	$\mathbf{H}_a = \mathbf{H}(\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 (\% + 1))$	4.2.13
<p>Примечания к табл.4:</p> <p>1. Индукции \mathbf{d} и \mathbf{b} упрощают написание микроскопических уравнений 1.1.3 (см. 4.1.2), 1.1.5 (см. 4.1.3) и 1.1.16 (см. 4.1.6), уравнений типа 1.1.6, 1.1.11, 1.1.14 (см. 4.1.4), а также уравнений 1.2.3 (см. 4.2.2) и 1.2.5 (см. 4.2.3).</p> <p>2. Индукции \mathbf{D} и \mathbf{B} упрощают написание макроскопических уравнений 2.1.5 (см. 4.1.8) и 2.1.27 (см. 4.1.11), уравнений типа 2.1.6, 2.1.15 и 2.1.18 (см. 4.1.9), а также уравнения 2.2.5 (см. 4.2.8).</p> <p>3. При необходимости могут быть использованы дополнительные величины - абсолютные электрическая (см. 4.1.12, 4.1.13) и магнитная (см. 4.2.12, 4.2.13) проницаемости.</p>			

Обозначения (в порядке упоминания в табл.1-4):

[...] - единица величины: Кл - кулон, А - ампер, м - метр, Н - ньютон, В - вольт, Тл - тесла,

Вб - вебер, Вт - ватт, См - сименс, Ф - фарада, Гн - генри;

\mathbf{u} - скорость движения заряда q ; dv - элемент объема; $d\mathbf{l}$ - элемент длины; \mathbf{r} - радиус-вектор;

\mathbf{f}_3 - сила, действующая на заряд q со стороны электрического поля;

$S_0 = 10^7/4\pi c^2 \sim 8,85418782 \cdot 10^{-12}$ Ф/м - электрическая постоянная;

$c \sim 299792458$ м/с - электродинамическая постоянная (скорость света в вакууме);

\mathbf{f}_a - сила, действующая на элемент "нити тока" $id\mathbf{l}$ со стороны магнитного поля;

$\mathbf{H}_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \sim 1,256637 \cdot 10^{-6}$ Гн/м - магнитная постоянная;

D - толщина слоя у границы раздела сред;

\mathbf{n} - нормаль к поверхности раздела сред (из среды 1 в среду 2);

$\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$ - поляризованности у границы раздела сред 1 и 2;

$\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2$ - намагниченности у границы раздела сред 1 и 2;

(sev) - условие: "при соизмеримости сечения S со средним сечением объема V ";

$\langle \dots \rangle$ - тензорные величины;

{...} - параметры- и уравнения-аналоги:

- аналогия от электрического поля к магнитному,

"^" - аналогия от магнитного поля к электрическому;

(!) - ключевые уравнения в феноменологической концепции;

Будем называть величину электрического поля в какой-либо точке пространства, зависящую от заряда q и расстояния \mathbf{r} между зарядом и рассматриваемой точкой, «напряженностью электрического поля» и обозначать \mathbf{e} (уравнение 1.1.2). Аналогичный параметр для магнитного поля, зависящий от «элемента нити тока» $id\mathbf{l}$ и расстояния \mathbf{r} между элементом и рассматриваемой точкой,

будем называть «напряженностью магнитного поля» и обозначать \mathbf{h} (1.2.2). Если задавать основные величины полей по их силовому воздействию на «элементарный заряд» q и «элемент нити тока» $q\mathbf{u}$, то напряженности \mathbf{e} и \mathbf{h} войдут в соответствующие выражения для сил \mathbf{f}_z и \mathbf{f}_M (уравнения 1.1.3 и 1.2.3) с постоянными ϵ_0 и μ_0 . Современный стандарт [1], используя силовые характеристики полей, в качестве исходного параметра магнитного поля принимает величину $Li_0\mathbf{h}$ и называет ее «магнитной индукцией» (в табл. 4 ей соответствует параметр \mathbf{b} из уравнения 4.2.1). В то же время, аналогичный параметр электрического поля \mathbf{e}/ϵ_0 (уравнения-аналоги 1.1.3 и 1.2.3), вопреки всякой логике, называется «напряженностью электрического поля» (в таблице этот параметр назван нами «электрической индукцией» \mathbf{d} , которая всегда связана с \mathbf{e} выражением 4.1.1, аналогичным 4.2.1).

На наш взгляд, величина \mathbf{e} из уравнения 1.1.2 и величина \mathbf{h} из уравнения 1.2.2 являются не просто аналогами по форме задания параметров, но и в большей степени, чем существующие основные величины полей, отвечают физическому смыслу явлений. Действительно, обе «напряженности поля» напрямую зависят, во-первых, от величин q и $q\mathbf{u}$ как источников полей и, во-вторых, от расстояния между рассматриваемой точкой пространства, где определяется поле, и источником последнего. Это отражено также и в единицах величин \mathbf{e} и \mathbf{h} - $[\text{Кл}/\text{м}^2]$ и $[\text{А}/\text{м}]$.

Таким образом, строго соблюдая аналогию не только по форме задания параметров, но и по названиям величин, мы приходим к существенно иным, чем принято в настоящее время, параметрам и уравнениям в электромагнетизме. Как видно из таблиц, в большинстве уравнений микроскопических и макроскопических полей (включая уравнения феноменологической концепции), отсутствуют электрическая и магнитная постоянные. Что касается дифференциальных уравнений с ротором напряженности электрического поля (уравнений типа 1.1.6 и 2.1.6), то в них (при наличии переменных полей) присутствуют обе постоянные, гармонично образующие скорость света в вакууме c : $\epsilon_0\mu_0 = 1/c^2$. Это, кстати, в определенной мере отвечает на претензии физиков к размерным (в СИ) постоянным ϵ_0 и μ_0 , которые считают, что «только комбинация $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ представляет действительно физическую величину, а именно, скорость света в вакууме» [2].

Весьма важной является табл. 2, где приведены макроскопические параметры и уравнения, так или иначе связанные с микроскопическими. Они важны не только сами по себе, но и потому, что из них непосредственно выводятся феноменологические величины и уравнения. Характерной особенностью второй таблицы являются особые правила усреднения микроскопических величин при получении макроскопических параметров. Необходимо отметить, что действующий стандарт, по сути дела, не дает ни одного корректного определения основных макроскопических параметров электрического и магнитного полей и их источников: «напряженности поля», «намагниченности», «поляризованности» и связанных с ними величин. Так, требование стремления к нулю элемента объема вещества, по которому усредняются магнитные моменты атомов магнетика, делает неопределенным понятие «намагниченности». Действительно, выбор размеров «элемента объема вещества», в котором суммируются указанные магнитные моменты, образуя намагниченность в рассматриваемой точке внутри этого объема, определяется масштабом тех элементов пространства, в которых анализируется изменение магнитного поля. В зависимости от этого в одной и той же точке внутри вещества может быть несколько (в общем случае

- бесконечное множество) значений намагниченности. Ясно, что для однозначного понимания термина «намагниченность» (впрочем, как и для аналогичного понятия «поляризованность») требуется сначала ввести такое понятие как «элемент объема» или «физически малый объем» v [3, 4]. Его можно определить, например, как «объем внутри вещества, существенно меньший макроскопических неоднородностей, но значительно больший микронеоднородностей поля и вещества». После этого логично дать следующее определение «намагниченности» (уравнение 2.2.8): «векторная величина, равная отношению суммы магнитных моментов атомов вещества в физически малом объеме вокруг рассматриваемой точки внутри вещества к этому объему». Аналогичное определение будет иметь «поляризованность» (2.1.8): «векторная величина, равная отношению суммы электрических моментов электрических диполей вещества в физически малом объеме вокруг рассматриваемой точки внутри вещества к этому объему».

Однако дело не ограничивается только усреднением электрических и магнитных моментов вещества. Для анализа и расчета систем с веществами (диэлектриками и магнетиками) используются величины, образованные комбинацией «поляризованности» и «намагниченности», с одной стороны, и макроскопическими напряженностями полей, с другой стороны, например такие физические параметры из второй таблицы как «электрическая восприимчивость» (уравнение 2.1.24), «коэффициент деполяризации» (2.1.26) и «коэффициент намагничивания» (2.2.26). Следует отметить, что существующий стандарт дает определение только параметров микроскопических полей («магнитная индукция» и «напряженность электрического поля»), а понятия аналогичных физических макроскопических величин в нем вообще отсутствуют. И когда в стандарте вводится определение, например, «электрического смещения» как феноменологического параметра, то в одном уравнении смешиваются микроскопические и макроскопические величины, что, разумеется, лишено смысла. К тому же следует добавить, что в определении «электрического смещения» должен присутствовать не просто макроскопический параметр электрического поля, а величина, характеризующая суммарное электрическое поле, - поле стороннего источника, действующего на диэлектрик, и поле самого вещества. Об этом в стандарте даже не упоминается.

В свете сказанного, представляется целесообразным сначала дать определение макроскопического параметра поля и только затем образовывать комбинированные величины (как физические, так и феноменологические), как это часто делается в технической литературе, например в [3, стр.285]. При этом важно соблюсти еще одно требование, проистекающее из сопоставимости комбинированных физических величин, а именно: площадь «физически малого сечения» s (по определению аналогичного «физически малому объему» v), в котором находится рассматриваемая точка пространства и по которому усредняется микроскопический параметр поля, образуя макроскопическую величину в данной точке, должна быть соизмерима со средним сечением «физически малого объема» v вокруг этой точки, по которому усредняются электрические или магнитные моменты вещества с образованием «поляризованности» и «намагниченности». В таблицах это условие отмечено знаком «(sov)» против соответствующих выражений. Понятно, что при существенной несоразмерности указанных геометрических элементов соответствующие уравнения, образованные из двух макроскопических величин, усредненных на разных уровнях, теряют всякий

смысл (крайний случай - упомянутое выше смешение микроскопической и макроскопической величин: например, разность между напряженностью магнитного поля \mathbf{h} из уравнения 1.2.13 и намагниченности \mathbf{M} из выражения 2.2.8).

Необходимо остановиться также на особенности усреднения таких микроскопических величин, как плотности заряда u (уравнение 1.1.1) и тока \mathbf{j} (1.2.1). С одной стороны, в общем случае макроскопическая объемная плотность ρ заряда в объеме v определяется формулой 2.1.2, а поверхностная плотность заряда s - формулой 2.1.3. Аналогично, макроскопическая объемная плотность тока \mathbf{J} в объеме v определяется выражением 2.2.2, а линейная (поверхностная) плотность тока \mathbf{k} - формулой 2.2.3. С другой стороны, если «физически малый объем» v больше объема одного электрического диполя в диэлектрике или одного атома (молекулы) в магнетике, то объемные плотности «связанных зарядов» диэлектрика и «связанных токов» магнетика в объеме v тождественно равны нулю: $\rho_{св} = \mathbf{y}_{св} = 0$;

$= \mathbf{J}_в = 0$. В то же время, известно, что макроскопические поля, создаваемые телами из диэлектрика и магнетика, могут быть полностью эквивалентированы, соответственно, фиктивными «свободными» зарядами и токами. В общем случае, это поверхностные заряды s с плотностью s_d (уравнение 2.1.10) и объемные заряды s с плотностью ρ_d (2.1.9) для тела из диэлектрика, а также поверхностные токи s с плотностью $\mathbf{k}_м$ (2.2.10) и объемные токи s с плотностью (2.2.9) для магнитного тела.

Наиболее важной с точки зрения аналогий между электрическим и магнитным полями является табл.3. Содержащиеся в ней величины являются аналогами не столько по форме задания, сколько по физическому смыслу сопоставляемых явлений. При этом необходимо особо отметить, что не только параметры и уравнения магнитных полей вводятся по аналогии с таковыми для электрических полей (уравнения 3.2.1, 3.2.2, 3.2.3 и т.д.), но и многие электрические величины и уравнения (например, 3.1.9, 3.1.14, 3.1.17 и др.) строятся по аналогии с соответствующими параметрами и уравнениями магнитного поля (как физическими, так и математическими, расчетными). Направление аналогии (от электрического поля к магнитному или наоборот) указано в табл.3 стрелками « \wedge » и « ∇ ». Концепция, в рамках которой вводится понятие фиктивных «магнитных зарядов» по аналогии с реальными электрическими зарядами, а в электрическом поле вводится расчетный параметр «электрическое смещение» (уравнение 3.1.9) по аналогии с напряженностью суммарного магнитного поля (3.2.9), принято называть феноменологической. Применительно к магнитному полю она может быть названа также «магнитозарядовой». Ключевыми при выводе феноменологических уравнений полей из физических макроскопических уравнений являются формулы 3.2.4 и 3.1.12, отмеченные в табл.3 знаком (!).

Иногда, сравнивая феноменологические величины \mathbf{S} и \mathbf{H}_i , по-разному оценивают их значимость. Например, Парсел Э. [5, стр.384] пишет («электрическое смещение» он обозначает \mathbf{D} , а «внутреннее поле» - \mathbf{H}): «Несмотря на то, что мы с некоторым пренебрежением относимся к \mathbf{D} , вектор \mathbf{H} практически полезен ...» и далее «Вектор \mathbf{D} нашему непосредственному контролю не поддается и не особенно нас интересует, так как не является фундаментальной величиной». На наш взгляд, обе сравниваемые величины имеют фундаментальное значение, поскольку именно через векторы \mathbf{S} и \mathbf{H}_i вводятся в рассмотрение понятия «электрическая проницаемость» (уравнение 3.1.17) и «магнитная проницаемость» (3.2.17) как характеристики среды

(вакуум+вещество), а также записываются феноменологические дифференциальные уравнения Максвелла 3.1.13 и 3.2.11. При этом физическими дифференциальными уравнениями Максвелла являются формулы 2.1.18 (или 4.1.9) и 2.2.19, а выражения 1.1.6 (или 4.1.4), 1.1.7, 1.2.6 и 1.2.7 представляют собой известные микроскопические уравнения Лоренца-Максвелла.

Вернемся теперь к проблеме применения некоторых физических макроскопических величин и уравнений, о которых говорилось ранее. Прежде всего, это относится к магнитным полям в присутствии магнетиков. Физическая трактовка магнитных явлений, в отличие от магнитозарядовой, рассматривает вещество как источник магнитного поля в виде микротоков, действующих в вакууме. В соответствии со стандартом [1] исходным микроскопическим параметром магнитного поля любого источника, в том числе и магнетика, является магнитная индукция (4.2.1). При этом в любой точке пространства суммарное магнитное поле, образованное суперпозицией поля магнетика (магнитная индукция \mathbf{B}_M) и стороннего поля, действующего на вещество (магнитная индукция \mathbf{B}_e), будет характеризоваться уравнением 4.2.5. Если усреднить микроскопические параметры \mathbf{B}_e , \mathbf{B}_M и $\mathbf{1k}$ по «физически малому сечению» s в соответствии с выражением 4.2.7, то суммарное макроскопическое магнитное поле будет представлено уравнением 4.2.10. По сути дела, макроскопическое поле магнетика создается уже не реальными микротоками («связанными токами») вещества с объемной плотностью $\mathbf{j}_{ст} = \text{rot} (\mathbf{B}_M/c_0)$, а фиктивными «свободными» токами с объемной плотностью и поверхностной плотностью \mathbf{k}_M , действующими в вакууме, не содержащем микротоков. Казалось бы, в этом случае наряду с уравнением 4.2.10 можно было бы воспользоваться также более удобным во многих отношениях уравнением 2.2.17, которое получается делением обеих частей уравнения 4.2.10 на c_0 (его можно назвать «уравнением Нестеренко», поскольку оно впервые было предложено А.Д.Нестеренко [6, стр.231]). Однако стандарт накладывает «табу» на применение физических уравнений типа 2.2.17, по крайней мере для точек пространства, занятого веществом, поскольку под «напряженностью магнитного поля» в стандарте подразумевается только феноменологический параметр \mathbf{H}_i в соответствии с выражениями 3.2.6 и 3.2.9: не может быть в одной и той же точке внутри магнетика двух существенно различных величин (\mathbf{H}^* и \mathbf{H}_i), имеющих одно и то же название - «напряженность магнитного поля».

Между тем, указанное недоразумение (можно сказать, «несправедливость» по отношению к физическому параметру) можно легко преодолеть, если просто «назвать вещи своими именами», как это сделано нами в приведенных выше таблицах. Для этого предлагается исходным параметром магнитного поля считать «напряженность» (микроскопическую \mathbf{h} и макроскопическую $\mathbf{H} = \mathbf{h}$), а для расчетных величин ввести специальные наименования (аналогичные специальному термину «электрическое смещение» для электрического поля) и обозначения, например, «поле магнитных зарядов» $\mathbf{H}_{ст}$ (уравнение 3.2.3) и «внутреннее поле» \mathbf{H}_i (3.2.6). Интересно отметить, что сходные названия величин $\mathbf{H}_{ст}$ и \mathbf{H}_i имеются в стандарте [7] (правда, применительно только к постоянным магнитам), где $\mathbf{H}_{ст}$ называется «размагничивающим полем», а \mathbf{H} - «внутренним полем»; в [6, стр.243] параметр \mathbf{H} предлагается назвать «эффективной напряженностью магнитной среды». При этом понятия «магнитная индукция» и «электрическая индукция» можно использовать как вспомогательные, не

обязательные к употреблению, физические величины (микроскопические и макроскопические), всегда и везде связанные с соответствующими напряженностями полей постоянными ϵ_0 и μ_0 (табл.4). В принципе, можно полностью обойтись параметрами и уравнениями, данными в табл.1-3, однако «индукции» полей в ряде случаев упрощают написание некоторых формул (см. примечание к табл.4). При этом можно видеть, что «магнитная индукция» используется в том же качестве, что и в стандарте, а «электрическая индукция» (отсутствующая в стандарте, но часто употребляемая в технической литературе вместо термина «электрическое смещение» [6]) наконец-то «разводится» с понятием «электрическое смещение» и приобретает самостоятельное значение, аналогичное «магнитной индукции».

Таким образом, последовательное проведение аналогий между электрическими и магнитными явлениями на уровне параметров и уравнений микроскопических полей позволяет не только упростить основные уравнения макроскопических полей, но и усилить аналогию параметров и уравнений, особенно в рамках феноменологической концепции, когда большинство уравнений становится максимально простым (без лишних коэффициентов и постоянных) и полностью симметричным, а практически все параметры, характеризующие вещества и тела из диэлектриков и магнетиков (восприимчивости, проницаемости, коэффициенты поляризации и намагничивания, деполяризации и размагничивания), - безразмерными. При этом все величины имеют четкие, исключая неоднозначное толкование, названия и обозначения.

ЛИТЕРАТУРА

1. ГОСТ 19880-74. Электротехника. Основные понятия. Термины и определения.
2. Сивухин Д.В. О международной системе физических величин. - Успехи физических наук, 1979, т.129, вып.2, с.335-338.
3. Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: Наука, 1976. - 616 с.
4. Захаров В.А. Магнитостатика систем с ферромагнетиками. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1986. - 95 с.
5. Парсел Э. Электричество и магнетизм. М.: Наука, 1978. - 440 с.
6. Нестеренко А.Д. Введение в теоретическую электротехнику. Киев: Наукова думка, 1969. -352 с.
7. ГОСТ 19693-74. Материалы магнитные. Термины и определения.