

$r = \sqrt{4\chi(\tau_k - \tau)}$, а скорость фронта кристаллизации $v = 2\chi/r$, период образующихся колец практически не зависит от радиуса и пропорционален \sqrt{h} . Обнаруженная в эксперименте зависимость λ от h ($\lambda \approx 10$ и 15 мкм при $h = 0.1$ и 0.3 мм соответственно) подтверждает предлагаемый механизм образования структуры.

Отметим, что образование подобной структуры не связано с прерывистым движением фронта затвердевания [7]. На это указывают увеличение периода образующихся структур при ускоренном прорастании отдельных дендритов к центру расплава, а также отмечавшаяся выше зависимость периода от толщины фольги.

Таким образом, приведенные экспериментальные результаты демонстрируют возможность возникновения на тонких фольгах периодических структур и в отсутствие испарения. Механизм их появления связан с затвердеванием колеблющейся сквовой расплавленной зоны образца.

Благодарим А. В. Рязанова за помощь в проведении эксперимента, Р. В. Арутюяна, А. В. Московченко за полезные обсуждения.

Литература

- [1] Бондаренко А. В., Даньшиков Е. В., Дымшаков В. А. и др. Квант. электр., 1981, т. 8, № 4, с. 1836—1839.
- [2] Бонч-Бруевич А. М., Либенсон М. Н., Макин В. С. Тез. докл. VI Всес. конф. по резонансному взаимодействию оптического излучения с веществом. Вильнюс, 1984, с. 4—5.
- [3] Емельянов В. И., Семиногов В. Н. Квант. электр., 1984, т. 11, № 5, с. 871—873.
- [4] Углов А. А., Кокора А. Н. Физика и химия обработки материалов, 1973, № 3, с. 12—16.
- [5] Анисимов С. И., Гольберг С. М., Куликов О. Л. и др. Письма в ЖТФ, 1983, т. 9, № 4, с. 226—229.
- [6] Антюхов В. В., Бондаренко А. В., Голубев В. С. и др. Квант. электр., 1981, т. 8, № 10, с. 2234—2237.
- [7] Чалмерс. Теория затвердевания. М.: Металлургия, 1968. 288 с.

Поступило в Редакцию
11 февраля 1986 г.

АНАЛОГОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ МАГНИТНОГО ДИПОЛЯ В НЕОДНОРОДНОМ РЕЗОНАНСНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. Г. Широносков, С. В. Кузьмин

В настоящее время большое внимание уделяется задачам движения спиновых частиц в электромагнитных полях [1, 2]. Трудность решения подобного класса задач обусловлена нелинейностью дифференциальных уравнений движения в частных производных [3].

В данной работе рассмотрена простейшая классическая модель спиновой частицы — магнитная стрелка на стержне — и проанализировано ее движение в неоднородном магнитном поле. Моделирование проводилось на аналого-цифровом вычислительном комплексе «Русалка» [4].

Расположим диполь — стрелку с магнитным моментом μ — в неоднородном постоянном $H \approx [0, 0, H(x)]$ и высокочастотном магнитном поле $H_1 \approx [H_1 \cos \omega t, 0, 0]$ поперечной накачки.

Запишем выражения для кинетической, потенциальной энергий и диссипативной функции в виде

$$T = \frac{I}{2} \dot{\theta}^2 + \frac{m}{2} \dot{x}^2, \quad (1)$$

$$U = -(\mu H_z) = -\mu H \cos \theta - \mu H_1 \sin \theta \cos \omega t, \quad (2)$$

$$F = \frac{a_1}{2} \dot{\theta}^2 + \frac{a_2}{2} \dot{x}^2. \quad (3)$$

Вводя обозначения

$$x_1 = \theta, \quad x_2 = \frac{x}{|x_{\max}|}, \quad \beta_1 = \frac{a_1}{2I}, \quad \beta_2 = \frac{a_2}{2m}, \quad \omega_L^2 = \frac{\mu H_0}{m x_{\max}^2}, \quad \omega_S^2 = \frac{\mu H_0}{I},$$

$$\omega_b^2 = \frac{\mu H_1}{I}, \quad H = H_0 h(x_2) = H_0 (1 - k x_2^n) \quad (4)$$

и используя лагранжев формализм, получим уравнения движения

$$\ddot{x}_1 + 2\beta_1 \dot{x}_1 + \omega_1^2 x_1 = \omega_3^2 \cos \omega t, \\ \ddot{x}_2 + 2\beta_2 \dot{x}_2 + \omega_2^2 x_2 = 0, \quad (5)$$

где частоты $\omega_{1, 2, 3}(x_1, x_2)$

$$\omega_1^2 = \omega_S^2 h(x_2) \frac{\sin x_1}{x_1}, \\ \omega_2^2 = -\omega_L^2 \frac{1}{x_2} \frac{dh(x_2)}{dx_2} \cos x_1, \\ \omega_3^2 = \omega_b^2 \cos x_1. \quad (6)$$

Исследуем возможность существования устойчивых состояний движения вблизи точек $(0, 0)$, $(\pm\pi/2, x_{20})$.

Пользуясь критерием Сильвестра [5] для случая $\beta_1 = \beta_2 = \omega_b = 0$, можно получить условия устойчивости для стационарных состояний

$$U'_{x_1} = U'_{x_2} = 0, \\ U''_{x_1 x_1} > 0, \quad U''_{x_2 x_2} > 0, \\ U''_{x_1 x_1} U''_{x_2 x_2} - (U''_{x_1 x_2})^2 > 0. \quad (7)$$

Точка $(0, 0)$ удовлетворяет этим условиям для случая $k > 0$, $H_0 > 0$, $n=2m$, при этом U имеет минимум $(-\mu H_0)$, а в точке $(\pm\pi/2; 0)$ имеется седло $U_{x_1 x_2}$.

Покажем, что и вблизи точек $(\pm\pi/2; x_{20})$ могут возникнуть устойчивые состояния движения в динамическом режиме. Воспользуемся асимптотическим разложением функций $\omega_{1, 2, 3}(x_1; x_2)$ (6) в точках $(\pm\pi/2; x_{20})$ и, оставляя в (5) только линейные члены, получим

$$\ddot{\chi}_1 + \omega_8^2 \chi_2 + \omega_6^2 = 0, \quad \ddot{\chi}_2 + \omega_{L0}^2 \chi_1 = 0, \quad (8)$$

где $\chi_1 = x_1 - \pi/2$, $\chi_2 = x_2 - x_{20}$, и частоты

$$\omega_6^2 = \omega_S^2 (1 - k x_{\max}^n), \quad \omega_{L0}^2 = -\omega_L^2 n k x_{\max}^{n-1}, \quad \omega_{S0}^2 = -\omega_S^2 n k x_{\max}^{n-1}. \quad (9)$$

Тогда одно из частных решений при $\omega^2 = \omega_{L0}^2 = \omega_{S0}^2$

$$\chi_1 = \chi_0 \cos \omega t, \quad \chi_2 = \chi_0 \cos \omega t + \chi_{20}, \quad (10)$$

где $\chi_{20} = -\omega_6^2 / \omega_{S0}^2$. Решение (10) имеет принципиально важное значение для задач движения частиц в полях с $n < -2$ типа дипольных. При углах $\theta \simeq \pi/2$ происходит изменение характера взаимодействия: притяжение $\theta < \pi/2$ и отталкивание $\theta > \pi/2$. Возникает перекачка энергии поступательного движения во вращательное, и наоборот. Результатом является возможность возникновения устойчивых состояний движения и отсутствие коллапса в дипольном случае.

Система уравнений (5) была промоделирована на АЦВК «Русалка». Принимая постоянное неоднородное поле меняющимся по квадратичному закону

$$h(x_2) = 1 - x_2^2/2, \quad (11)$$

перепишем систему (5) в виде

$$\ddot{x}_1 + 2\beta_1 \dot{x}_1 + \omega_S^2 (1 - x_2^2/2) \sin x_1 = \omega_b^2 \cos x_1 \cos \omega t, \\ \ddot{x}_2 + 2\beta_2 \dot{x}_2 + \omega_L^2 x_2 \cos x_1 = 0. \quad (12)$$

На первом этапе моделирования исследовалась динамика диполя без диссипации и внешнего возмущения, т. е. при $\beta_1 = \beta_2 = \omega_b = 0$. В результате моделирования удалось определить численные значения частот ω_S^2 и ω_L^2 , при которых образуются устойчивые стационарные состояния движения. Так, например, при $\omega_S^2 = 0.3$ и $\omega_L^2 = 0.5$ x_1 и x_2 совершают гармоническое

колебательное движение вокруг центра $(0, 0)$ с соотношением частот $1 : 1, 2 : 3, 4 : 7$ и др., зависящим от начальных условий (рис. 1).

На втором этапе моделировалась динамика диполя для случая возмущенного состояния, т. е. при $\beta_1 \approx \beta_2 \approx 0$ и $\omega_b^2 \neq 0$. В процессе моделирования установлено, что при малых амплитудах возмущения система образует устойчивые движения вокруг центра $(0, 0)$ с собственными частотами, не равными частоте возмущающей силы. При больших амплитудах возмущающей

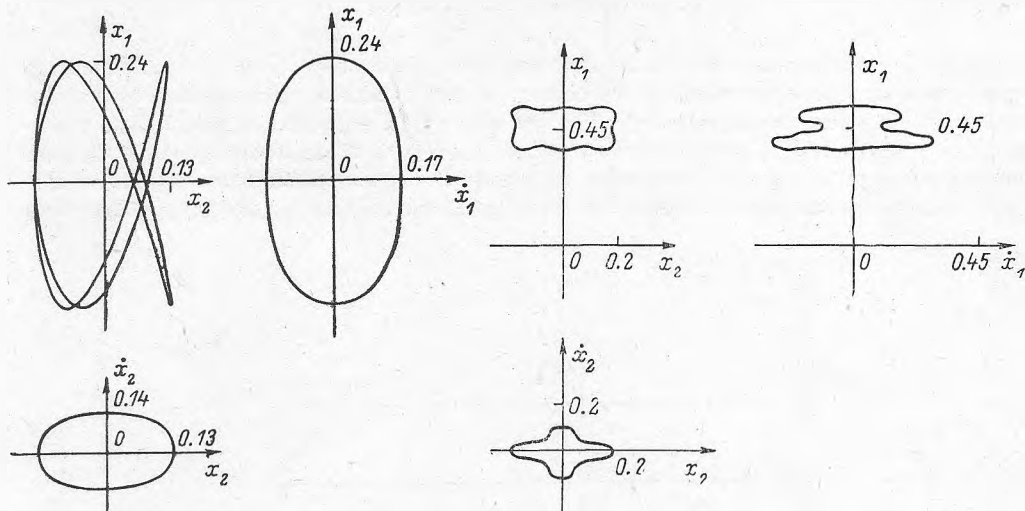


Рис. 1. Устойчивая траектория, фазовые портреты с предельными циклами для стационарного состояния.

Соотношение частот $2 : 3$. Начальные условия: $\dot{x}_{10} = -0.11, x_{10} = 0.2, \dot{x}_{20} = -0.07, x_{20} = 0.11$.

Рис. 2. Устойчивая траектория, фазовые портреты с предельными циклами для возмущенного состояния.

Начальные условия: $\omega \approx 0.1\omega_{\omega_1}, \dot{x}_{10} = -0.07, x_{10} = 0.2, \dot{x}_{20} = -0.07, x_{20} = 0.11$.

силы система образует устойчивые траектории движения вокруг точек $(\pm\pi/2; 0)$ (рис. 2). При частоте возмущающей силы, близкой к собственным частотам системы, значение x_1 неограниченно возрастает, т. е. происходит закручивание стрелки.

Совместный учет трансляционных и вращательных степеней свободы в системе спиновых частиц приводит к эквивалентной задаче связанных резонаторов [6]. Соответственно возникают резонансные устойчивые решения [6], что нашло подтверждение в данной работе.

Литература

- [1] Тернов И. М., Бордовицын В. А. УФН, 1980, т. 132, № 2, с. 345—352.
- [2] Широносое В. Г. ЖТФ, 1983, т. 53, № 7, с. 1414—1416.
- [3] Балакирев В. А., Буц В. А. и др. ЖТФ, 1985, т. 55, № 4, с. 1922—1927.
- [4] Анисимов А. В., Артамонов А. Б., Лебедев А. Н. и др. Аналоговые и гибридные вычислительные машины. М.: Высшая школа, 1984. 320 с.
- [5] Меркин Д. Р. Введение в теорию устойчивости движения. М.: Наука, 1976. 312 с.
- [6] Блезман Д. Р. Синхронизация в природе и технике. М.: Наука, 1981. 352 с.

Физико-технический институт
со специальным конструкторским бюро
и опытным производством
Уральский научный центр АН СССР

Поступило в Редакцию
17 февраля 1986 г.